

Малюкова І.В.,

рейтингове агентство "Експерт-рейтинг" м. Київ, аналітик

ПРОЦЕДУРА КУПІВЛІ-ПРОДАЖУ ВАЛЮТИ

Abstract. The current article deals with the economic-mathematical model of managing buying and selling currency. The proposed model of managing the procedure of buying and sale currency and the process of resource allocation management, which are going to the purchase and sale of currency, based on the issues that are faced by the subjects of economic and financial cooperation. For this purpose it was used the methods of game theory. The tools of game theory enable us with the help of information about initial financial resources (both hryvna and dollar) growth rates, which have emerged, the dollar exchange rate (the NBU, both buying and selling USD at during the trading sessions), to determine the time of possible sale of dollars and the hryvna, find various advantages and optimal management strategies. The approach that was offered can be useful in maintaining the stability of the national currency – the hryvna.

Keywords: exchange rate, management strategies, set preferences, game theory, stability.

Проблема збереження стабільного курсу валюти і розробки процедури управління валютним курсом є однією з найважливіших в економічній та фінансовій сферах^{1, 2}. Існує багато різних інструментів управління валютним курсом, проте не завжди вони виявляються ефективними, оскільки в основному ці інструменти не є інструментами прямої дії, а впливають на курс опосередкованим чином, через ті чи інші фактори, вплив яких на курс проявляється неявним чином³. У запропонованій нижче моделі управління процедурою купівлі-продажу валюти процес управління розподілу ресурсами, що йдуть на купівлю і продаж валюти описаний таким чином, що це дозволяє управляти валютним курсом "прямим" чином, виходячи із завдань, що стоять перед суб'єктами економічної та фінансової взаємодії.

Модель управління валютним курсом в процедурі купівлі-продажу валюти

На міжбанківському валютному ринку є дві групи учасників - група покупців валюти (американського долара) і група покупців національної валюти (продавців американського долара). Будемо вважати, що група покупців валюти представляє собою одного узагальненого агента з купівлі валюти (долара) - гравця I, а група покупців національної валюти (продавців американського долара) - іншого узагальненого агента з купівлі національної валюти (гривні) - гравця II. Крім того, передбачається, що до початку торгів Національним банком України встановлено курс долара по відношенню до гривні, рівний k_{nbu} , тобто $1 \$ = k_{nbu}$ (гривень). До моменту початку торгів гравець I має x (грн) для покупки валюти (американського долара), а гравець II має y (доларів) для покупки гривні (продажу доларів). Опишемо процедуру купівлі-продажу доларів і гривні на ринку. До моменту початку торгів ($t = 0$) гравці I і II, поповнюють наявні у них обсяги гривні і доларів $x(0)$ (грн) і $y(0)$ (дол) і мають такими обсягами гривні і доларів $\alpha * x(0)$ і $\beta * y(0)$, відповідно (α і β -темпи зростання обсягів гривні і доларів). Потім гравці виділяють, відповідно, $u(0) * \alpha * x(0)$ ($0 \leq u(0) \leq 1$) гривень и $v(0) * \beta * y(0)$ ($0 \leq v(0) \leq 1$) доларів на купівлю доларів і гривні. Вважається, що в момент проведення торговельної сесії курси купівлі і продажу долара склали k_{pok} і k_{prod} . Тоді, обсяги гривні і доларів у гравців I і II в результаті проведення торговельної сесії склали $x(1)$ і $y(1)$ відповідно, де $x(1)$ і $y(1)$ визначаються з співвідношень:

$$\begin{aligned} x(1) &= \alpha * x(0) - u(0) * \alpha * x(0) * [1 - (k_{nbu} / k_{prod})] + v(0) * \beta * y(0) * [k_{nbu} - k_{pok}]; \\ y(1) &= \beta * y(0) - v(0) * \beta * y(0) * [1 - (k_{pok} / k_{nbu})] + u(0) * \alpha * x(0) * [(1/k_{nbu}) - (1/k_{prod})]. \end{aligned}$$

¹ Шаров, О. (2013). Перспективи валютної інтеграції на пострадянському просторі: *Вісник НБУ*. Січень, 12-19.

² Богомолов, О.Т.(2005). Валютний коридор в економічній глобалізації: *Матеріали круглого стола «Противоречия процессов валютно-финансовой интеграции в регионе СНГ»*. Москва: ИМЭПИ РАН.

³ Brabant, J.M. (1991). Convertibility in Eastern Europe Through a Payments Union: *Currency Convertibility in Eastern Europe*. Washington, D.C.

Опишемо докладніше, що означають дані співвідношення. Гравець I, керуючий гривневою масою, виділяє частину гривневої маси $u(0) \cdot \alpha \cdot x(0)$ на покупку доларів. На виділену величину гривневої маси він купує величину $[u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) / k_{prod}]$ доларів, яку йому продає гравець II за курсом продажу доларів k_{prod} , що склався на цій торговій сесії. Це означає, що гравець I, замість гривневої маси $u(0) \cdot \alpha \cdot x(0)$, яку він виділив на покупку доларів, придбав долари, обсяг яких оцінюється в $(k_{nbu} / k_{prod}) \cdot u(0) \cdot \alpha \cdot x(0)$ гривень. I, отже, перший гравець після проведення ним процедури купівлі долара, має фінансових ресурсів у гривневому еквіваленті, рівному $\alpha \cdot x(0) - u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot [1 - (k_{nbu} / k_{prod})]$. Крім купівлі доларів першим гравцем, на торговельній сесії відбувається продаж доларів (купівля гривні) другим гравцем. На купівлю гривні гравець II виділяє $v(0) \cdot \beta \cdot y(0)$ доларів, які гравець I купує у гравця II за курсом купівлі k_{pok} . Отже, після процедури продажу другим гравцем доларів в обсязі $v(0) \cdot \beta \cdot y(0)$, у першого гравця додається фінансових ресурсів на величину $v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot [k_{nbu} - k_{pok}]$, в гривневому еквіваленті. Таким чином, у першого гравця, після проведення торговельної сесії, фінансових ресурсів, у гривневому еквіваленті, буде: $\alpha \cdot x(0) - u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot [1 - (k_{nbu} / k_{prod})] + v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot [k_{nbu} - k_{pok}]$. Аналогічно йде справа з фінансовими ресурсами другого гравця. На виділену на купівлю гривні величину $v(0) \cdot \beta \cdot y(0)$ доларів, другий гравець купує гривневу масу в обсязі $v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot k_{pok}$, що призводить до того, що фінансові ресурси другого гравця, в доларовому еквіваленті, зменшаться на величину $v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot [1 - (k_{pok} / k_{nbu})]$. Крім того, з урахуванням того, що перший гравець “самостійно” купував долари у другого гравця, доларовий еквівалент фінансових ресурсів збільшиться на величину $u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot [(1/k_{nbu}) - (1/k_{prod})]$. Отже, за підсумками торгової сесії, у другого гравця залишиться фінансових ресурсів, в доларовому еквіваленті, в обсязі, що дорівнює $\beta \cdot y(0) - v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot [1 - (k_{pok} / k_{nbu})] + u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot [(1/k_{nbu}) - (1/k_{prod})]$.

Тоді, в момент $t = 1$ можливі такі варіанти:

- 1) $x(1) \geq 0, y(1) < 0$; 2) $x(1) < 0, y(1) \geq 0$;
- 3) $x(1) < 0, y(1) < 0$; 4) $x(1) \geq 0, y(1) \geq 0$.

Перший варіант відповідає випадку повного продажу доларів і, отже, в рамках сформульованих припущень, процедура купівлі-продажу доларів закінчилася. Другий варіант відповідає випадку повного продажу гривні і, отже, в рамках сформульованих припущень, процедура купівлі-продажу доларів закінчилася. Третій варіант, формально можливий, а фактично немає, відповідає випадку і повного продажу і доларів і гривні. Процедура купівлі-продажу доларів закінчилася. Відзначимо, що фраза про те, що третій варіант фактично неможливий, означає наступне, що у співвідношеннях закладений принцип збереження грошової маси, тому одночасне зменшення “до нуля” фінансових ресурсів неможливо. Четвертий варіант відповідає випадку, коли у гравців залишилися і гривнева маса і доларова і, отже, є можливість продовження процедури купівлі-продажу доларів, за аналогією з вищеописаною процедурою.

Інструментарій теорії ігор⁴ дозволяє за інформацією про початкові фінансові ресурси (як гривневі, так і доларові), темпи їх зростання, що склалися, курси долара (як НБУ, так і купівлі, продажу долара на торговій сесії), визначити час можливого повного продажу як доларів, так і гривні, знайти оптимальні стратегії управління. Крім того, він дозволяє визначити області початкових фінансових ресурсів (гривневих і доларових) сторін, що беруть участь у процедурі купівлі-продажу долара і гривні, що мають властивість: якщо процедура купівлі-продажу долара, гривні почалася з обсягами доларів і гривні, що належать даній області фінансових ресурсів, то в один з моментів часу можлива повна продаж або доларів, або гривні, або процедуру купівлі-продажу доларів можна продовжувати як завгодно довго. Для цього вирішується багатокрокова гра якості з двома термінальними поверхнями⁵, вирішення якої полягає у визначенні множин переваги сторін, а також стратегій купівлі-продажу (управляючих впливів), застосовуючи які можливе отримання результатів, бажаних для кожної сторони. Під множиною переваги кожної зі сторін процедури купівлі-продажу доларів, гривні, мається на увазі множина повного продажу валюти (долара, гривні) протилежною стороною даного процесу.

У роботі наводиться рішення такої багатокрокової гри. Поряд з цим вирішується оптимізаційна задача, по знаходженню стратегій купівлі-продажу доларів, що дозволяють оптимізувати співвідношення гривні до долара. Запропонований підхід може бути корисним при підтримці стабільності національної валюти - гривні.

⁴ Красовский, Н.Н., Субботин, А.И. (1974). *Позиционные дифференциальные игры*. Москва: Наука.

⁵ Чикрий, А.А. (1971). *Об одном классе линейных дискретных игр качества*: Кибернетика. 6,103-106.

Формулювання задачі

Наведену вище процедуру купівлі-продажу долара-гривні будемо розглядати в рамках схеми позиційної багатокрокової гри з повною інформацією⁶. В рамках цієї схеми дана процедура “породжує” два завдання - з точки зору першого гравця-союзника і з точки зору другого гравця-союзника. Внаслідок симетричності досить обмежитися однією з них, наприклад - з точки зору першого гравця-союзника. Для цього визначимо стратегії першого гравця-союзника. Позначимо через $T = \{0, 1, \dots\}$ дискретну множину, яка характеризує зміну тимчасового параметра. Відзначимо, що часовий крок може відповідати дню проведення торговельної сесії.

Визначення. Чистої стратегією першого гравця-союзника називається функція $u: T \times [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, що ставить стану інформації (позиції) $(t, (x(0), y(0)))$ значення $u(t, (x(0), y(0)))$: $0 \leq u(t, (x(0), y(0))) \leq 1$.

Іншими словами, чистою стратегією першого гравця-союзника є функція, яка ставить стану інформації в момент t величину $u(t, (x(0), y(0)))$, яка визначає обсяг гривневої маси, яку він виділив для покупки доларів на торговій сесії. Відносно інформованості гравця-супротивника (в рамках схеми позиційної гри) ніяких припущень не робиться, що еквівалентно тому, що гравець-супротивник вибирає свій керуючий вплив $v(t)$ на підставі будь-якої інформації. Множина переваги першого гравця W_1 буде визначатися таким чином.

W_1 – це множина початкових фінансових ресурсів $(x(0), y(0))$ гравців, що володіють властивістю: для таких початкових фінансових ресурсів існує стратегія першого гравця, яка для будь-яких реалізацій стратегії другого гравця “приводить” в один з моментів часу $t = k + 1$ стан системи $(x(t), y(t))$ в таке, при якому буде виконуватися умова (1). При цьому у другого гравця не існує стратегії, яка може “привести” до виконання умов (2) або (3) в один з попередніх моментів часу. **Стратегія першого гравця, що володіє зазначеною властивістю, називається оптимальною.** Рішення завдання 1 полягає в знаходженні множини переваги першого гравця і його оптимальних стратегій.

Рішення завдання 1.

Введемо позначення: $s_1 = 1 - (K_{pok}/K_{nbu}); s_2 = (1/K_{nbu}) - (1/K_{prod});$
 $s'_1 = s_1 * K_{nbu}; s'_2 = s_2 * K_{nbu};$

Можливі (потенційно) чотири випадки:

- а) $s_1 > 0, s_2 \leq 0;$
- б) $s_1 \leq 0, s_2 > 0;$
- в) $s_1 > 0, s_2 > 0;$
- г) $s_1 \leq 0, s_2 \leq 0.$

У випадку а) і $(\beta/\alpha + s'_2 - 1) > 0$ існує нескінченне (рахункове) число множин переваги W_1^i першого гравця-союзника, що мають властивість, що якщо $(x(0), y(0)) \in W_1^i$, то перший гравець за i кроків зможе отримати виконання умови (1), як би не діяв другий гравець. Причому у другого гравця існує стратегія, яка не дозволяє першому гравцеві отримати виконання умови (1) за менше число кроків. Множина W_1^i записується таким чином:

$$W_1^i = \{ (x(0), y(0)) : k(i-1)*x(0) \leq y(0) < k(i)*x(0) \},$$

де $k(i) = (\alpha/\beta)*[-s_2 - s'_2*k(i-1) + k(i-1)], k(0) = 0$.

Об'єднання множин W_1^i визначає множину переваги першого гравця W_1 , яке записується таким чином:

$$W_1 = \{ (x(0), y(0)) : y(0) < q*x(0) \},$$

де $q = (-s_2)/[\beta/\alpha + s'_2 - 1]$; причому з будь-якого стану $(x(0), y(0))$ цієї множини перший гравець за кінцеве число кроків може досягти виконання умови (1).

У випадку а) і $(\beta/\alpha + s'_2 - 1) \leq 0$ існує кінцеве число множин переваги W_1^i першого гравця-союзника, що мають властивість, що якщо $(x(0), y(0)) \in W_1^i$, то перший гравець за i кроків зможе отримати виконання умови (1), як би не діяв другий гравець. Причому у другого гравця існує стратегія,

⁶ Линдер, Н.В. (1994). *Многошаговая игра качества двух экономических систем: Кибернетика и системный анализ.* 5, 45-56.

яка не дозволяє першому гравцеві отримати виконання умови (1) за менше число кроків. Множина W_1^i записується таким чином:

$$W_1^i = \{(x(0), y(0)) : k(i-1) \cdot x(0) \leq y(0) < k(i) \cdot x(0)\},$$

де $k(i) = (\alpha/\beta) \cdot [-s_2 - s_2' \cdot k(i-1) + k(i-1)]$, $k(0) = 0$.

Об'єднання множин W_1^i визначає множину переваги першого гравця W_1 , яка співпадає з R_+^2 .

Оптимальна стратегія першого гравця-союзника полягає у виділенні всієї наявної гривневої маси на покупку доларів. Гроку-противнику “наказується” утриматися від покупки гривні.

У випадку б) перший гравець-союзник не може “побудувати” свою множину переваги, так як при такому співвідношенні параметрів ситуація стає кращою для другого гравця і, отже, при вирішенні завдання 2, з точки зору другого гравця-союзника (рішення якої призводить не будемо) другий гравець абсолютно аналогічно знайде і свою множину переваги і свою оптимальну стратегію.

У разі в) множин переваги у гравців немає, так як при такому співвідношенні параметрів у них будуть в наявності і гривнева маса і доларова як завгодно довго.

Випадок с) неможливий, оскільки за визначенням курсу купівлі долара не може бути більше курсу його продажу.

З урахуванням вищенаведеного можна сказати, що тільки в двох з чотирьох випадків можливі ситуації, що призводять або до необмеженого зростання співвідношення (гривня/долар), або до необмеженого росту співвідношення (долар/гривня). У двох інших випадках цього не відбувається.

Так як необмежене зростання співвідношення (гривня/долар) або співвідношення (долар/гривня) небажаний, то природним є прагнення “зменшити” область W_1 , з метою збільшення області стабільності співвідношення (гривня/долар). Як неважко бачити, це стає можливим, якщо відношення (β/α) буде як завгодно великим, тобто темп зростання доларової маси на міжбанківському валютному ринку, повинен істотно перевищувати темп зростання гривневої маси. Національний банк України має достатньо інструментів для того, щоб це здійснити.

Національний банк України зацікавлений в керованості співвідношень або (гривня/долар), або (долар/гривня). Запис змінних $x(i)$, $y(i)$ дозволяє це здійснювати. Можна, наприклад, розглянути задачу знаходження параметрів u^* і v^* , що доставляють мінімальне по u , і максимальне по v , значення відношенню (гривня/долар), в області $(x(0), y(0))$, що не належить W_1 . Будемо вважати, що гра з одним кроком, тобто це означає, що має місце тільки одна торгова сесія. Введемо позначення: $P(u(0), v(0)) = \{[\alpha \cdot x(0) - u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot s_2' + v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot s_1'] / [\beta \cdot y(0) - v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot s_1 + u(0) \cdot \beta \cdot x(0) \cdot s_2]\}$ ($P(\dots)$ – це показник якості).

Неважко бачити, що не існує значення гри на квадраті $[0,1] \times [0,1]$ з даними показником якості в класі чистих стратегій⁷. Однак існують оптимальні змішані стратегії σ^* (першого гравця) і μ^* (другого гравця), так як показник якості (в області $(x(0), y(0))$, що не належить W_1) є безперервною функцією⁸. Слід зазначити, що для практики інформація про існування оптимальних змішаних стратегій не є конструктивною. Тому, замість задачі оптимізації зазначеного показника можна розглянути задачу про знаходження можини таких $(u(0), v(0))$, при яких відношення $[x(0)/y(0)]$ знаходиться в певних “рамках”, наприклад: $\delta \cdot K_{nbu} \leq [x(0)/y(0)] \leq \lambda \cdot K_{nbu}$, що означає, що керуючі впливи $(u(0), v(0))$ повинні бути такими:

- 1) $\alpha \cdot x(0) - u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot s_2' + v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot s_1' \leq \lambda \cdot K_{nbu} \cdot [\beta \cdot y(0) - v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot s_1 + u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot s_2]$;
- 2) $\delta \cdot K_{nbu} \cdot [\beta \cdot y(0) - v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot s_1 + u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot s_2] \leq \alpha \cdot x(0) - u(0) \cdot \alpha \cdot x(0) \cdot s_2' + v(0) \cdot \beta \cdot y(0) \cdot s_1'$;
- 3) $(u(0), v(0)) \in [0,1] \times [0,1]$.

І, тоді вибором керуючих впливів $(u(0), v(0))$ з множини таким чином визначаємих “допустимих” $(u(0), v(0))$, буде можливо “підтримувати” ставлення $[x(0)/y(0)]$ в необхідних “рамках”.

Відзначимо, що, насправді, у розпорядженні гравців знаходяться не тільки управляючі дії $(u(\cdot), v(\cdot))$, але і всі параметри, що визначають процедуру купівлі-продажу валюти і, отже, можна управляти і ними для одержання необхідного результату.

⁷ Хоанг Туй. (1971). Об одном классе минимаксных задач: Кибернетика. 2, 115-118.

⁸ Печерский, С.Л., Беляева, А.А. (2001). Теория игр для экономистов. Вводный курс. Учебное пособие. Санкт-Петербург: Европейский университет.

Висновки

Розглянуту процедуру купівлі-продажу валюти можна розглянути “ширше”, тобто не тільки як купівлю-продажу валюти на міжбанківському валютному ринку, де керованість даної процедури налагоджена. Якщо ж розглянути її в рамках країни, то про керованість даною процедурою говорити не доводиться, і тоді стає правомочний ігровий підхід, який не виключає реалізацій з боку загального колективного контрагента (по відношенню до держави), що є найгіршими і, отже, стають можливі випадки, що призводять до нестабільності відносини $[x(0)/y(0)]$ (гривні до долара) і навпаки. Тому, наведені в роботі результати можуть виявитися корисними для запобігання ситуацій курсової нестабільності, а також можуть дати деякі рекомендації з вибору керуючих впливів для підтримки курсової стабільності.

References

1. Scharov, O. (2013). Perspektivi valyutnoi integracii na postradyanskomu prostori: Visnik NBU. Sichen, 12-19. 2.
2. Bogomolov, O.T. (2005). Valyutni koridor ekonomicheskoi globalizacii: Materiali kruglogo stola “protivorechiya prosessov valyutno-finansovoi integracii v regione SNG”. Moskva: IMEPI RAN.
3. Brabant, J.M. (1991). Convertibility in Eastern Europe Through a Payments Union: Currency Convertibility in Eastern Europe. - Washington, D.C.
4. Krasovski, N.N., Cubbotin, A.I. (1974). Posizionni differenzialni igri. Moskva: Nauka.
5. Chikri, A.A. (1971). Ob odnom klasse lineinih diskretnih igr kachestva: Kibernetika. 6, 103-106.
6. Linder, N.V. (1994). Mnogoschagovaya igra kachestva dvuh ekonomicheskikh system: Kibernetika i sistemni analiz. 5, 45-56.
7. Hoang Tui. Ob odnom klasse minimaksnih zadach: Kibernetika. 2,115-118.
8. Pecherski, S.L., Belyueva, A.A. (2001). Teoriya igr dlya ekonomistov. Vvodni kurs. Uchebnoe posobie. Sankt-Peterburg: Evropeiski universitet.